

原码、反码和补码

机器数和真值

通常，数的正负号是用“+”、“-”来表示的。在微机中难以表示正负号，常将符号数字化，即用 0 表示正，1 表示负。如此规定后，8 位字长的数 $N_1=+1001100$ 可表示成 01001100， $N_2=-1001100$ 则表示成 11001100。我们通常把符号数字化了的数称为**机器数**，而把原来带有正负号的数称为**真值**，如 $N_1=+1001100$ ， $N_2=-1001100$ 。

机器数通常用三种方法表示，即原码、补码和反码。

原码

在用二进制原码 (true form) 表示的数中，符号位为 0 表示正数，符号位为 1 表示负数，其余各位表示尾数本身，这种表示方法称为原码表示法。

原码的定义如下 (n 位字长)：

$$[X]_{\text{原}} = \begin{cases} X & (0 \leq X < 2^{n-1}) \\ 2^{n-1} - X & (-2^{n-1} < X \leq 0) \end{cases}$$

式中 $[X]_{\text{原}}$ 为机器数， X 为真值。

原码

采用原码表示法，可以方便地实现乘除运算。运算方法是对尾数进行乘除运算，积或商的符号为两个数的符号异或，即 $0 \oplus 0 = 0$ ， $0 \oplus 1 = 1$ ， $1 \oplus 1 = 0$ ，其中 $\oplus$ 为异或运算符。但遇到两个数相加时，如果同号，则数值相加，符号不变；如果异号，数值部分实际上是相减，符号取决于绝对值大者的符号。如此就要比较出两数绝对值的大小，取绝对值大者的符号为结果符号。

原码小结：

- ① 原码的符号位后的代码为真值的绝对值。
- ② +0 的原码为 00000000，-0 的原码为 10000000
(以一个字节长表示)。
- ③ 正数的原码等于它本身，即 $[X]_{\text{原}} = X$ 。
- ④ 原码的表示范围为 $+(2^{n-1}-1) \sim -(2^{n-1}-1)$ ，若 $n=8$ ，则为 $+127 \sim -127$ 。

练习

求下列数字的原码，字长用 8 位表示。

(1) 105

(4) -3FH

(2) 1011101B

(5) 1101101B

(3) -76Q

(6) -9AH

补码

补码 (two's complement) 表示法，可以把负数转换为正数，使减法转换为加法，从而可使正、负数的加减运算转换为单纯的相加运算，而得到正确的结果。

补码

1. 模为 12 的补码



假定现在标准时间是 3 点整，而一只时钟却指在 6 点整。为了校正时钟，可以把时针从 6 点倒拨 3 格，即 $6-3=3$ ，表明时针最后停在 3 点上。但是有的时钟不允许倒拨时钟，只允许顺时针转动，这时可以把时针从 6 顺拨 9 格到达 3 点整。这是因为时针顺拨时，当到达 12 点就从 0 开始，相当于自动丢失一个数值 12。因此，把时针从 6 点顺拨 9 格时有

$$6+9=12(\text{自动丢失})+3=3$$

这个自动丢失的数 (12) 就称为**模** (简记为 mod)。上述加法可以称为“按模 12 的加法”，用数学符号可表示为

$$6+9=3(\text{mod}12)$$

1. 模为 12 的补码

由于时针转一圈会自动丢失一个数值 12，因此我们可以把 $6-3=3$ 这一减法运算转换为加法运算，首先把模与减数 (-3) 相加，即 $12+(-3)=9$ ，然后再把 6 和 9 相加，得

$$6+[12+(-3)]=6+9=12+3=3 \pmod{12}$$

以上说明，当以 12 为模时， $6-3$ 与 $6+9$ 是等价的。我们把 9 称为 -3 对 12 的补数或补码，即 $[X]_{\text{补}} = \text{模} + X$ ， $(X < 0)$ 。求 -3 补码时，仍然 $12-3=9$

1. 模为 12 的补码

在计算机中可以不用做减法，而用简便的方法求得补码。值得说明的是，计算机中求补码时，模是与字长密切相关的，例如，字长为 8 位的计数器，当计到 255 时再加 1，就又从 0 开始计数，也就是模为 256，即 2^8 。 2^8 中的 8 就是字长。如果字长是 16 位呢？很显然，模就是 2^{16} 。

2. 补码 • 补码的求法 (1)

- 正数：与原码相同；
- 负数：“**求反加一**”

例：

$x = +1001100B$ ，则 $[x]_{\text{补}} = 01001100B = [x]_{\text{原}}$

$x = -1001100B$ ，则 $[x]_{\text{补}} = 10110100B$

$x = -1001100$ 时， $[x]_{\text{补}} = 2^8 - 1001100B$

$= 256 - 1001100B$

$= 255 - 1001100B + 1$

$= 11111111B - 1001100B + 1$

$= 10110100B$

	11111111	
—	01001100	
	10110011	←
+		1 ←
	10110100	

**求反
加 1**

2. 补码 • 补码的求法 (2)

对于负数的补码求法，还有另一个更快速的方法：

符号位为 1，真值中最后一个 1 以前的各位按位求反，而最后一个 1 及其后的 0 保持不变。

	11111111	
—	01001100	
	10110011	
+		1
	10110100	

符号位为 1

按位求反

最后一个 1 及其后的 0 不变

课堂练习

1、求出下列各数的补码（8位）

(1) -67 $\longrightarrow$ **10111101**

(2) $+1011001B$ $\longrightarrow$ **01011001**

(3) -45 $\longrightarrow$ **11010011**

练习

求下列数字的补码，字长用 8 位表示。

(1) 1001101B

(2) 175

(3) -1101110B

(4) 46Q

(5) A5H

(6) -1011011B

反码

- 正数的反码：与原码相同；
- 负数的反码：符号位为“1”，数值位按位取反。
- X 的反码一般表示为 $[X]_{\text{反}}$
- 如：

x		$[x]_{\text{反}}$
+1001001	————→	01001001
-1100100	————→	10011011

练习

求下列数字的反码，字长用 8 位表示

。

(1) D4H

(2) -200

(3) -45Q

(4) 1100110B

(5) 254

(6) 0BH

原码、补码、反码小结：

① 正数的原码、反码、补码相同，即 $[X]_{\text{原}} = [X]_{\text{反}} = [X]_{\text{补}} = X$ (X 在字长表示的范围内)。

② 无论原码、反码或补码，负数的符号位用 1 表示，正数的符号位用 0 表示。

③ 对于负数的原码、反码、补码，只有原码除符号位外其余部分为数值部分，反码、补码均不是数值部分。

④ 利用原码的符号位不动，其后各位分别求反，可求出反码，反码在最低位 +1 可求得补码，但不适用于字长范围的最小负数。

⑤ 负数的补码再求补码，可得其原码，原码的数值部分再加上负号，即为负数补码的真值。

⑥ $X < 0$ 时， $[X]_{\text{补}} = \text{模} + X$ ，对表示范围内的数均适用

练习

求下列数字的原码、反码、补码，字长用 16 位表示。

(1) 1001100111010110B

(2) -375

(3) -7435Q

(4) FA47H

(5) -458

(6) 948AH



谢谢 观看