成都航空职业技术学院
CHENGDU AERONAUTIC POLYTECHNIC

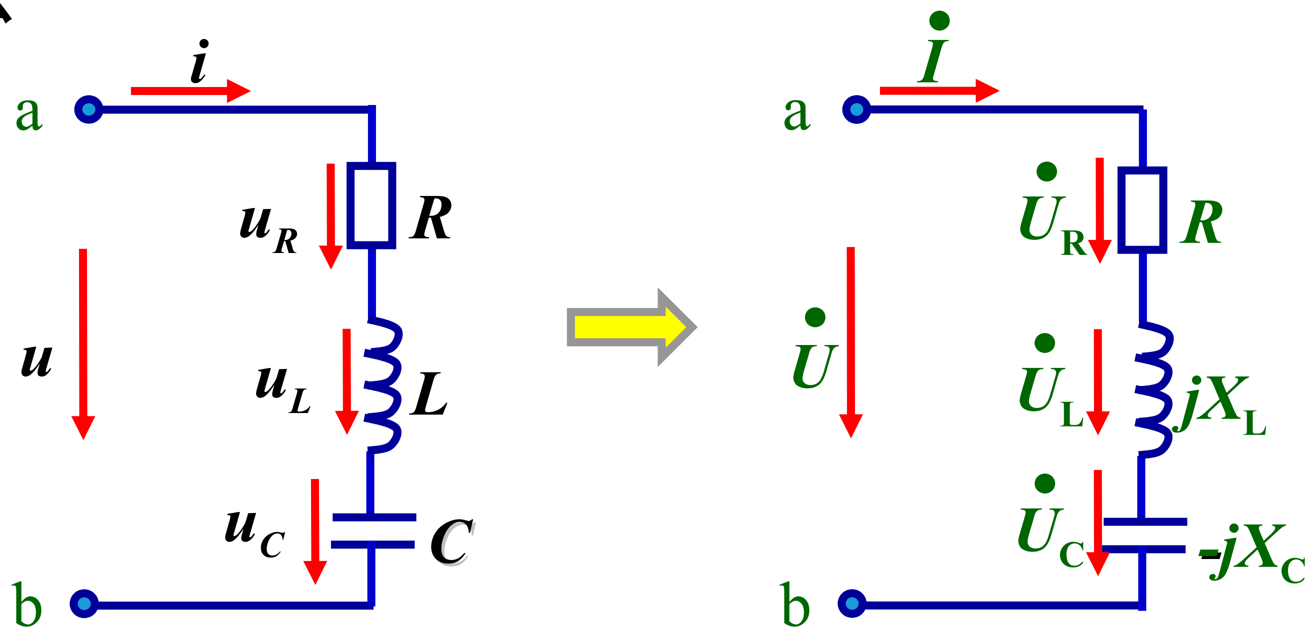
RLC 串联电路
正弦电路分析方法

工程实训中心

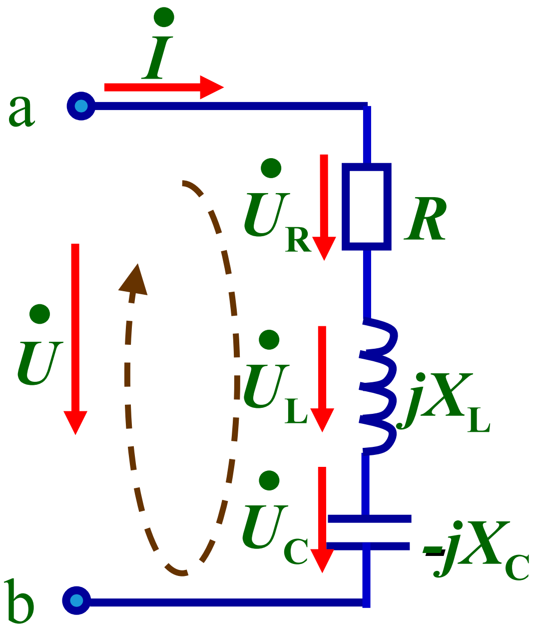
电工电子教研室

一、RLC 串联电路

1. *R*、*L*、*C* 串联电路的相量分析法



电路相量模型



电路相量模型

设 $\dot{I} = I\angle 0°$ ……（为参考相量）

则
$$\dot{U}_R = \dot{I}R$$
$$\dot{U}_L = \dot{I}(jX_L)$$
$$\dot{U}_C = \dot{I}(-jX_C)$$

对假想回路列相量形式的 KVL 可得：

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}[R + j(X_L - X_C)] = \dot{I}Z$$

其中：$Z = R + j(X_L - X_C)$ ……Z 为 RLC 串联电路对正弦电流呈现的阻抗，单位为欧姆【 Ω 】。

$$Z = R + \mathrm{j}(X_L - X_C) = |Z|\angle\phi$$

讨论

阻抗模：$|Z| = \dfrac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

阻抗角：$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctan\dfrac{X_L - X_C}{R} = \arctan\dfrac{\omega L - 1/\omega C}{R}$

★ φ 由电路参数决定

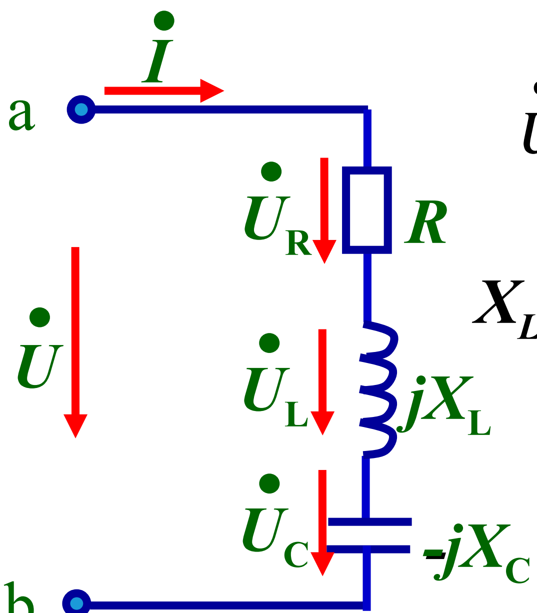
电路参数与电路性质的关系：

当 $X_L > X_C$ 时， $\varphi > 0$ ， u 超前 i 呈感性

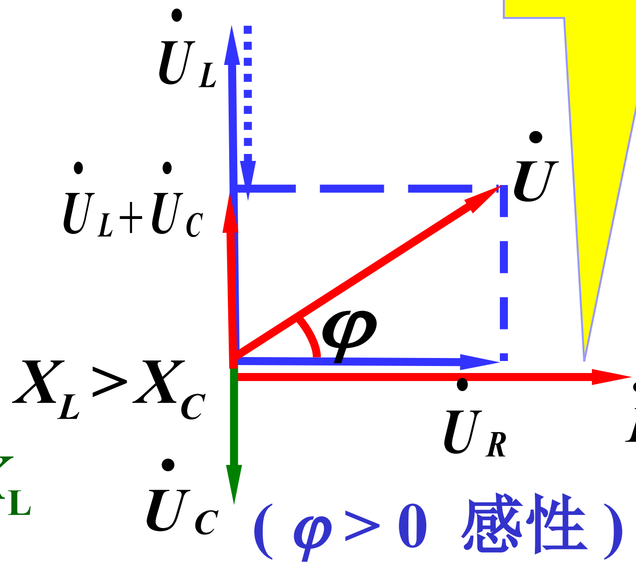
当 $X_L < X_C$ 时， $\varphi < 0$ ， u 滞后 i 呈容性

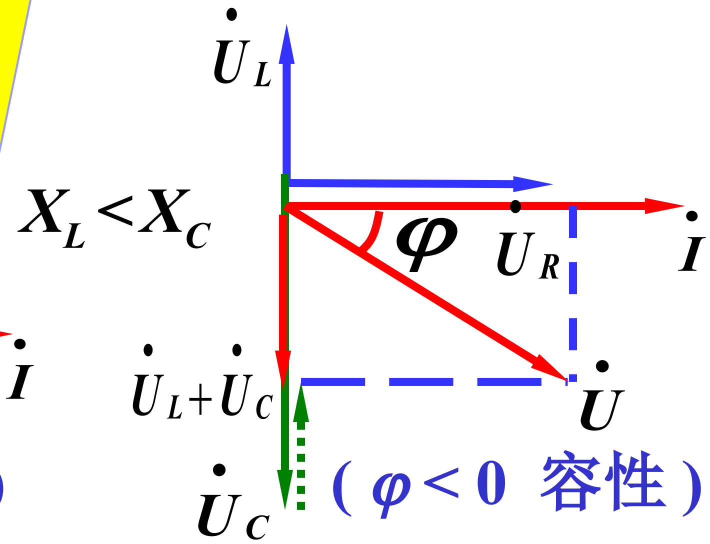
当 $X_L = X_C$ 时， $\varphi = 0$ ， u、i 同相 呈电阻性

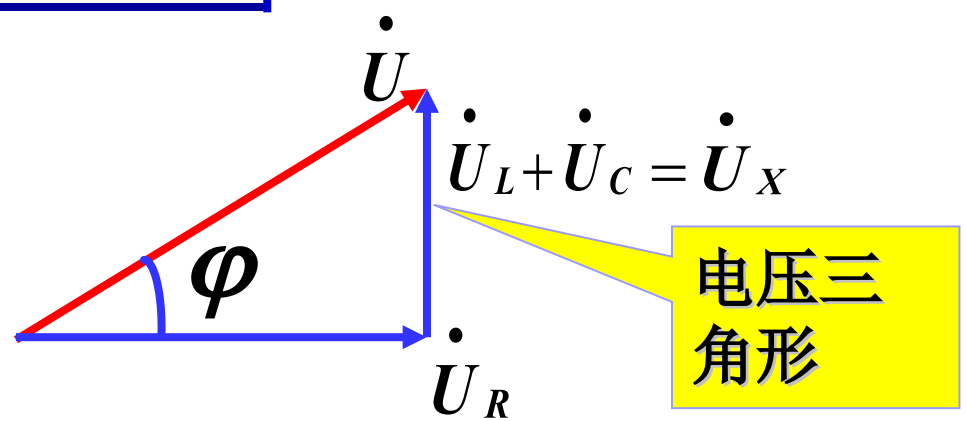
相量图



参考相量



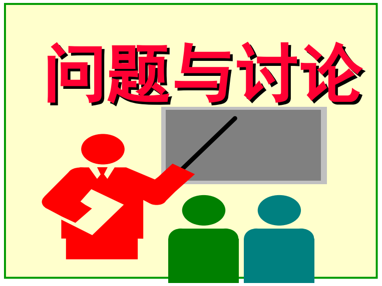




由电压三角形可得：

$$U_R = U\cos\varphi$$

$$U_x = U\sin\varphi$$



有关电路性质讨论

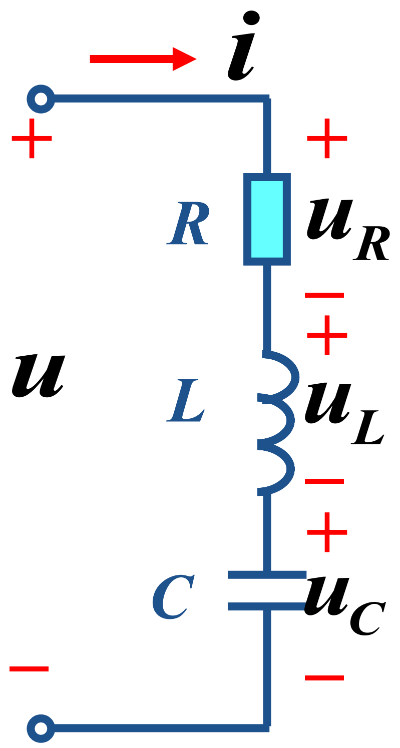
由 $U_X = U_L - U_C$ 可知，电路性质取决于 U_X:

即

$$
\begin{aligned}
&\text{若} U_L > U_C, \text{则} U_X > 0, \text{电路呈感性;}\\
&U_L < U_C, \text{则} U_X < 0, \text{电路呈容性;}\\
&U_L = U_C, \text{则} U_X = 0, \text{电路呈电阻性。}
\end{aligned}
$$

在 *RLC* 交流电路中，当电感上的电压与电容上的电压相等时，它们互相抵消，即 U_X=0, 电路中的电流与电压同相位，这时称电路发生了谐振。

（一）串联谐振



串联谐振电路

谐振时：$\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相

即 $\varphi = \arctan \dfrac{X_L - X_C}{R} = 0$

谐振条件：$X_L = X_C$

或：$\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C}$

谐振时的角频率

串联谐振特征：

1. $\dot{U}$、$\dot{I}$同相　$\varphi = \arctan \dfrac{X_L - X_C}{R} = 0$

2. 阻抗最小，且呈纯阻　$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$

3. 电流最大

当电源电压一定时：$I = I_0 = \dfrac{U}{R}$

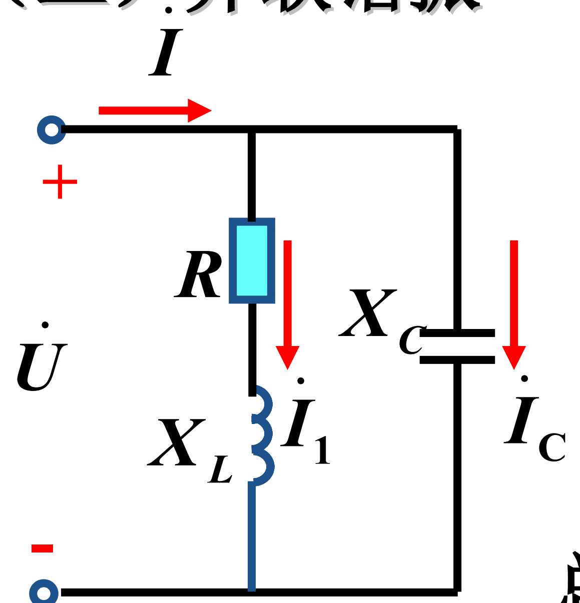
4. 电压关系

电阻电压：$\dot{U} = \dot{U}_R$

电容、电感电压：$\dot{U}_L = -\dot{U}_C$

大小相等、相位相差 180°

（二）并联谐振



$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R + jX_L} = \frac{\dot{U}}{R + j\omega L}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{-jX_C} = \frac{\dot{U}}{-j\dfrac{1}{\omega C}} = j\omega C\dot{U}$$

总电流：

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R + j\omega L} + j\omega C\dot{U}$$

$$= \left[\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right)\right]\dot{U}$$

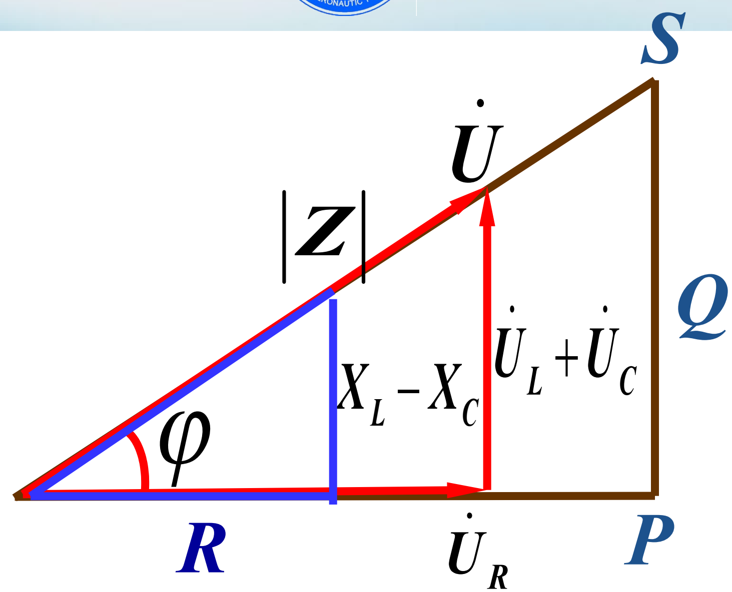
$$\dot{I}=\left[\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+\mathrm{j}\underbrace{\left(\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right)}_{\text{虚部为}0}\right]\dot{U}$$

则： $\omega C=\dfrac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}$

实际中线圈的电阻很小，所以在谐振时有 $\omega_0 L>>R$

谐振条件：$\omega_0 C-\dfrac{1}{\omega_0 L}\approx 0$

谐振频率 $\boxed{\omega_0\approx\dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ 或 $\boxed{f=f_0\approx\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$



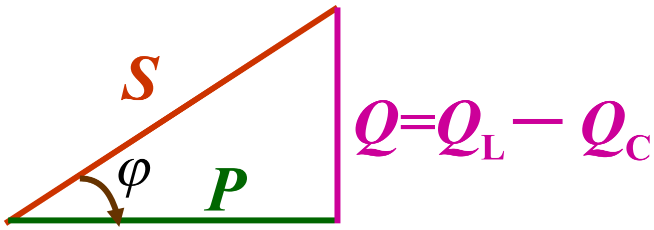
电压三角形各条边同除以电流相量，可得到一个阻抗三角形如右图示：

阻抗模：$|Z|=\dfrac{U}{I}=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$

阻抗角：$\varphi=\psi_u-\psi_i=\arctan\dfrac{X_L-X_C}{R}=\arctan\dfrac{\omega L-1/\omega C}{R}$

电压三角形各条边同乘以电流相量，可得到一个功率三角形如右图示：

2. RLC 串联电路的功率



S=UI

$$P = S\cos\varphi = UI\cos\varphi$$

$$Q = S\sin\varphi = UI\sin\varphi$$

有功功率 *P*（*W*）：

电路真正消耗的功率，只有耗能元件 ***R*** 上产生；

无功功率 *Q*（*Var*）：

储能元件 ***L***、***C***（不消耗能量）交换功率的最大值

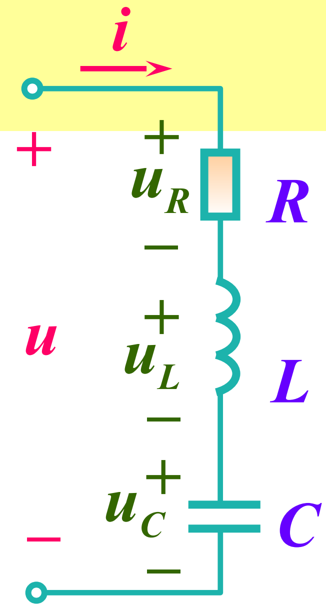
；

视在功率 S（VA）：

电路提供的总功率，即电气设备的容量。

例：R、L、C 串联交流电路如图所示。已知 R=30Ω、L=254mH、C=80μF，$u = 220\sqrt{2}\sin(314t + 20^{\circ})\text{V}$。

求：电流及各元件上的电压瞬时值表达式。



解：$\dot{U} = 220\angle 20^{\circ}\text{V}$

$$X_L = \omega L = 314 \times 254 \times 10^{-3} = 79.8\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 80 \times 10^{-6}} = 39.8\Omega$$

$$Z = R + \text{j}(X_L - X_C) = 30 + \text{j}(79.8 - 39.8)$$

$$= (30 + \text{j}40) = 50\angle 53.1^{\circ}\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 20^{\circ}}{50\angle 53.1^{\circ}} = 4.4\angle -33.1^{\circ}\text{A}$$

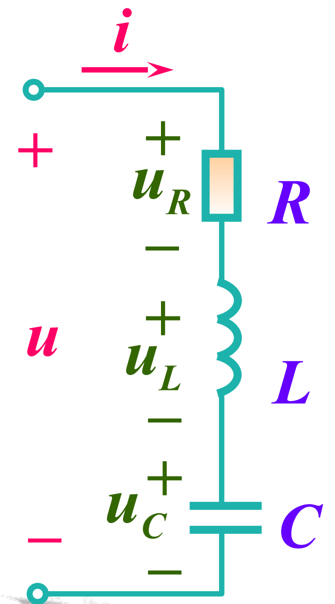
各元件上的电压为

$$\dot{U}_R = R\dot{I} = 30 \times 4.4\angle -33.1^\circ = 132\angle -33.1^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_L = \mathrm{j}X_L\dot{I} = \mathrm{j}79.8 \times 4.4\angle -33.1^\circ = 351.1\angle 56.9^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = -\mathrm{j}X_C\dot{I} = -\mathrm{j}39.8 \times 4.4\angle -33.1^\circ = 175.1\angle -123.1^\circ \text{ V}$$

瞬时值表达式为



$$i = 4.4\sqrt{2}\sin(314t - 33.1^\circ)\text{A}$$

$$u_R = 132\sqrt{2}\sin(314t - 33.1^\circ)\text{V}$$

$$u_L = 351.1\sqrt{2}\sin(314t + 56.9^\circ)\text{V}$$

$$u_C = 175.1\sqrt{2}\sin(314t - 123.1^\circ)\text{V}$$

注意： $U \neq U_R + U_L + U_C$

二、正弦交流电路的分析方法

1. 基尔霍夫定律的相量形式

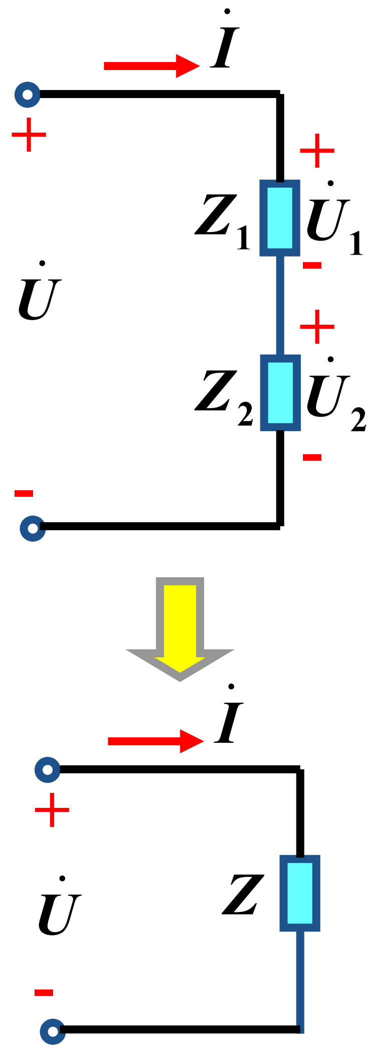
因为 $\sum i_k = 0$

$\Rightarrow \sum \dot{I}_k = 0$ **KCL 的相量形式**

同理 $\sum u_k = 0 \Rightarrow \sum \dot{U}_k = 0$ **KVL 的相量形式**

结论：在正弦交流电路中，以相量形式表示的欧姆定律和基尔霍夫定律都与直流电路有相似的表达形式。

2. 复阻抗的串联和并联



（一）复阻抗的串联

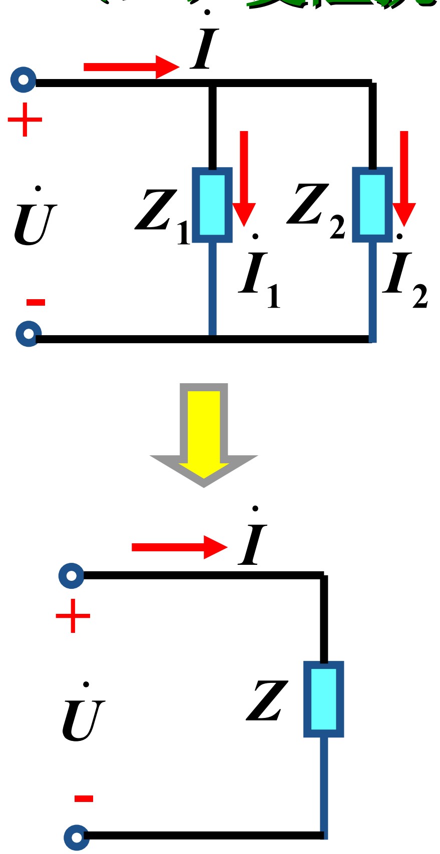
$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = Z_1\dot{I} + Z_2\dot{I}$$

$$= (Z_1 + Z_2)\dot{I}$$

$$Z = Z_1 + Z_2 \qquad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}$$

通式： $Z = \sum Z_k$

（二）复阻抗的并联



$$\dot I=\dot I_1+\dot I_2=\frac{\dot U}{Z_1}+\frac{\dot U}{Z_2}$$

$$\dot I=\frac{\dot U}{Z}\qquad \frac{1}{Z}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}$$

$$Z=\frac{Z_1\cdot Z_2}{Z_1+Z_2}$$

通式：$\dfrac{1}{Z}=\sum\dfrac{1}{Z_k}$

注意：对于阻抗模一般 $\dfrac{1}{|Z|}\neq\dfrac{1}{|Z_1|}+\dfrac{1}{|Z_2|}$

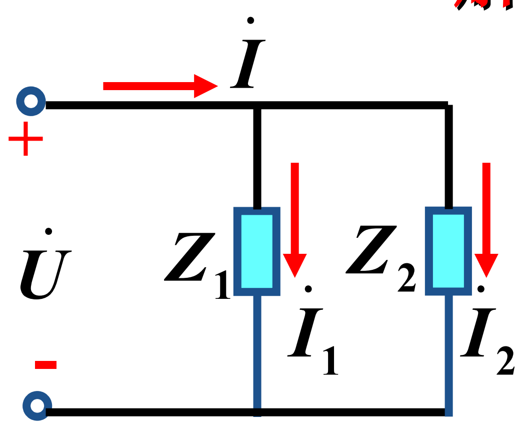
3. 正弦交流电路分析举例

【例】有两个阻抗 $Z_1 = 3 + \mathrm{j}4\Omega$，$Z_2 = 8 - \mathrm{j}6\Omega$

它们并联接在 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ\mathrm{V}$ 的电源上。

求：$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$和 $\dot{I}$ 并作相量图。

解：



$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5\angle 53^\circ \times 10\angle -37^\circ}{3 + \mathrm{j}4 + 8 - \mathrm{j}6}\Omega$$

$$= \frac{50\angle 16^\circ}{11.8\angle -10.5^\circ}\Omega = 4.47\angle 26.5^\circ\Omega$$

所以：
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{5\angle 53^\circ}\,\mathrm{A} = 44\angle -53^\circ\,\mathrm{A}$$

同理：
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle -37^\circ}\,\mathrm{A} = 22\angle 37^\circ\,\mathrm{A}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{4.47\angle 26.5^\circ} = 49.2\angle -26.5^\circ\,\mathrm{A}$$

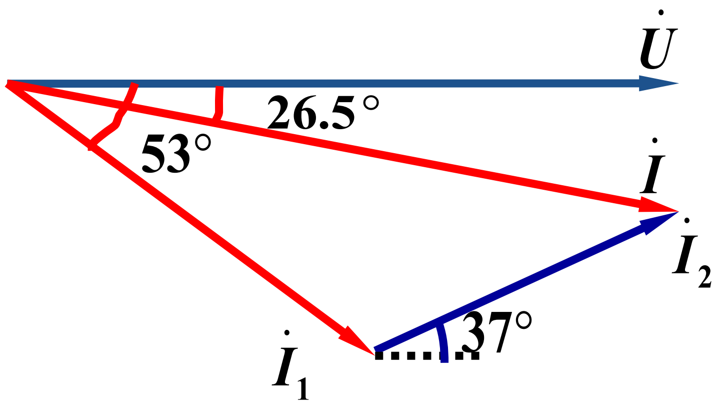
或
$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 44\angle -53^\circ\,\mathrm{A} + 22\angle 37^\circ\,\mathrm{A}$$
$$= 49.2\angle -26.5^\circ\,\mathrm{A}$$

$$\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_1 = 44\angle -53^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = 22\angle 37^\circ \text{A}$$

相量图



注意：

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

$$I \neq I_1 + I_2$$

一般正弦交流电路的解题步骤

1. 根据原电路图画出相量模型图(电路结构不变)。

$$R \to R、\quad L \to \mathrm{j}X_L、\quad C \to -\mathrm{j}X_C$$

$$u \to \dot{U}、\quad i \to \dot{I}、\quad e \to \dot{E}$$

2. 根据相量模型列出相量方程式或画相量图。

3. 用相量法或相量图求解。

4. 将结果变换成要求的形式。

THANK YOU！

http:// www.cap.edu.cn